

**Geometrija u razrednoj nastavi: Razvijanje kreativnih sposobnosti učenika**

**Mislav Novak, PhD**  
**Ivan Kovačić, MD, PhD**

U kontekstu promjena nacionalnih obrazovnih kurikula i nastavnih paradigmi, kreativnost se naglašava kao svojstvo učenika koje treba poticati u nastavi, po mogućnosti isto tako kreativnim nastavnim metodama, strategijama i aktivnostima. No, razumijemo li dovoljno dobro pojam kreativnosti, znamo li uopće identificirati kreativne učenike i momente? Kreativnošću smatramo sposobnost da se stvori nešto novo, što nije prethodno stvoreno, a da pritom to što je stvoreno ima smisao i vrijednost. Novi pristupi redovito kreativnost smatraju dinamičkim svojstvom, što znači da ju je kao takvu potrebno pravovremeno prepoznati, kao i poticati njen razvoj odgovarajućim sadržajima i izazovima.

Prethodno treba razlikovati darovitost, talent i kreativnost i njihove međusobne odnose. Ispravno razumijevanje i pozicioniranje tih pojmova može utjecati na kvalitetu odgojno-obrazovnog procesa te samog rada s djecom i iskorištavanjem njihovih potencijala. Ispitivanju navedenih mentalnih karakteristika prethodilo je ispitivanje pojma inteligencije početkom 20. stoljeća. Inteligencija je, ugrubo, sposobnost usvajanja i primjene znanja i vještina. Smatra se kombinacijom urođenih sposobnosti i razvoja uz pomoć iskustva i učenja. Ne postoji generalno prihvaćena definicija inteligencije, koja je još uvijek predmetom ispitivanja i kontroverzi. Moguće je reći i da je inteligencija ono što se mjeri testom inteligencije. Za nastajanje kratica IQ zaslužan je psiholog William Stern, a ona je nastala od termina "Intelligenzquotient" kojeg je on koristio u metodi bodovanja testova inteligencije. IQ predstavlja rezultat dobiven dijeljenjem mentalne i kronološke dobi osobe i množenjem dobivenog količnika sa sto. Potreba za mjerenjem kvocijenta inteligencije javila se još 1900.-tih godina kada je francuska vlast nakon donošenja zakona o obaveznom školovanju sve francuske djece zatražila psihologa Alfreda Bineta da identificira učenike kojima će biti potrebna posebna pomoć zbog poteškoća na koje će naići u obrazovanju. Howard Gardner postavio je 1983. teoriju o sedam vrsta međusobno nezavisnih inteligencija (lingvistička, glazbena, logičko-matematička, interpersonalna, intrapersonalna, vizualno-spacijalna i tjelesno-kinetička) koje kod svakog pojedinca daju jedinstvenu kombinaciju. Za Gardnera je inteligencija upravo takav skup vještina koji pojedincu omogućuje rješavanje problema koje svakodnevno susreće, kao što mu omogućuje i samo postavljanje problema, što je pak pretpostavka usvajanja novih znanja.

Lewisa Termama drži se za prvog koji je počeo sa sustavnim istraživanjem darovitosti (nadarenosti, koristimo ih kao istoznačnice). On je 1921. proveo istraživanje koje je pratilo čak tisuću petsto djece istaknutih sposobnosti tijekom njihovog života, pri čemu je i dalje naglasak bio na inteligenciji. Test kojim se dalje služio u istraživanju procjenjivao je verbalne, matematičke, logičke i prostorne sposobnosti, a istraživanje je pokazalo da samo 1% populacije čine nadareni pojedinci kojima su se kasnije bavili razni autori u svojim znanstvenim radovima. No, većina današnjih autora poziva se na Renzullijevu troprstenastu koncepciju darovitosti iz 1978. Prema toj koncepciji produktivnu darovitost uvjetuju tri skupine osobina: iznadprosječno razvijene osobine, osobine ličnosti, među kojima posebno specifična motivacija za rad, i kreativnost. Prsteni ove koncepcije podložni su promjenama, pri čemu je prsten nadprosječnih sposobnosti najstabilniji. Prema Renzulliju će se kreativnost, koja predstavlja sposobnost stvaranja novih i jedinstvenih ideja, s vremenom javljati kao rezultat dugotrajnog bavljenja nekom aktivnosti, a motivacija će se postepeno razvijati pod značajnim utjecajem okoline. Uspješnost u aktivnostima u kojima pojedina djeca pokazuju bolje rezultate u odnosu na svoje vršnjake glavni je pokazatelj darovitosti djece, i možemo ju pratiti od njihove predškolskoj dobi. Produktivna darovitost je ona koja se istaknula u produktima, odnosno u nadprosječnim postignućima kroz aktivnosti.

Prema Čudini-Obradović jedna od najopćenitijih definicija darovitosti je ona koja kaže da je darovitost neobičnost i iznimnost ponašanja koja se očituje u kvalitetnijem, značajnijem i/ili boljem rezultatu što ga postižu pojedinci sa sličnim karakteristikama. Pojam darovitost se koristi za djecu koja imaju sljedeća obilježja: prijevremena razvijenost, koja se očituje u brzem napredovanju u odnosu na prosječnu djecu, zatim inzistiranje da rade po svom i žar, odnosno visoku motivaciju za svladavanjem (Winner, 2005).

Prema novim shvaćanjima i u skladu s višestrukom definicijom darovitosti, pojam talent odnosi se na razvijenu područno specifičnu darovitost. (Huzjak, 2006.)

Iako se već dugi niz godina provode brojna istraživanja koja prvenstveno nastoje dati odgovor na pitanja o prirodi kreativnosti, njenom mjerenju, poučavanju i treniranju, najveće zasluge za istraživanje kreativnosti ima psiholog Joy Paul Guilford. On je 1950. godine nasuprot logičkog, konvergentnog mišljenja, koje je usmjereno na konačni rezultat misaonog procesa, i koje se dotad proučavalo i mjerilo, uveo pojam divergentnog mišljenja koji podrazumijeva generiranje većeg broja ideja kao asocijacija na zadani problema. Ono pretpostavlja osjetljivost za probleme, originalnost, fleksibilnost i elaboraciju. Pritom pojedinac za kreativnost mora posjedovati određeni fond znanja i iskustva kako bi mogao tražiti nove strategije i rješenja za probleme (Cvetković Lay i suradnici, 1998). Ovaj pristup nastavlja Lubart (2018) koji onda u definiciji vrlo precizno odvaja i zasebno istražuje konvergentno i divergentno mišljenje. Pritom se Lubart isključivo fokusira na potencijalnu kreativnost, dakle detekciju kreativnog potencijala pojedinca, prvenstveno učenika, kojeg onda u nastavnom procesu treba poticati i razvijati.

Kreativnost ili stvaralaštvo je sposobnost koja omogućuje pojedincu da stvori nove ideje ili produkte ili da već postojeće kombinira na novi način. Velik broj istraživača koji su proučavali kreativnost slažu se oko stava da kreativnost podrazumijeva stvaranje novog, odnosno nečeg što je originalno i ima vrijednost u danom kontekstu. Amabile (1983, prema Rački, Arar, 2015) u određivanju pojma kreativnost objašnjava kako ona nije opća sposobnost ili karakteristika ličnosti, već karakteristika ponašanja koja je produkt kognitivnih sposobnosti, ličnosti i socijalnog okruženja. Barron (1988, prema Rački, Arar, 2015) također ističe da se kreativnost očituje u stvaranju nečeg novog i originalnog te da se najviši nivo kreativnosti odnosi na veliki iskorak koji se je dogodio u odnosu na prethodna postignuća.

Kreativnost može, ali i ne mora biti osobina darovitog pojedinca. Dva elementa uzimaju se kao osobine kreativnosti: prvi se odnosi na to da kreativan pojedinac kombinira, doživljava i vidi stvari na nov način, a drugi da kreativan pojedinac proizvodi nove i svježije ideje (Huzjak 2006).

Kreativnim pojedincem ne smatramo isključivo onog čije su ideje i produkti stvaranja revolucionarni. Jamesa C. Kaufman i Beghetto ponudili su "four C" model kreativnosti i prema kojoj postoje: mini-c, little-c, Pro-c i Big-C razine kreativnosti. Mini-c je kreativnost svojstvena učenju i podrazumijeva da je ono što netko napravi za tu osobu novo i smisleno. Little-c razina kreativnosti predstavlja jedan aspekt rasta na razini mini-c te se ova razina odnosi na svakodnevno rješavanje problema i kreativno izražavanje kojim se pojedinac ističe u okolini. Na Pro-c razini osoba ima sposobnost biti kreativna na profesionalnoj razini i ističe se u profesionalnoj okolini, dok Big-C razina označava kreativnost koja se smatra iznimnom u danom području (Kaufman, Beghetto, 2009).

## 1. Matematička kreativnost

Prva značajna razmišljanja o matematičkom talentu, kreativnosti i sposobnosti dolaska do matematičkog otkrića daju eminentni matematičari Poincaré, Hadamard, Hardy i Polya. Prema francuskom matematičaru Henriju Poincaréu (1948, 1956, prema Nadjafikhah i suradnici, 2012), otkriće u matematici je uvijek kombinacija odgovarajućih (različitih, neočekivanih) ideja. Kombiniranje poznatih ideja na nepoznati način smatra kreativnim činom, a među brojnim kombinacijama ideja koje se javljaju potrebno je odabrati one korisne i važne. Slično ovome tvrdi i Ervynck (1991, prema Nadjafikhah i suradnici, 2012) koji ističe da se kombiniranje ranije poznatih matematičkih koncepta ili otkrivanje nepoznatih odnosa među matematičkim

činjenicama može nazvati kreativnim činom u matematici. Taj uvid je matematičarima očit, i vjerojatno u matematici istaknutiji nego u drugim područjima. Laycock je slično već 1970. (prema Nadjafikhah i suradnici, 2012) formulirao matematičku kreativnost kao sposobnost da se neki problem analizira iz drugačije perspektive te da se uoče obrasci, razlike i sličnosti te stvore i odaberu odgovarajuće metode za rješenje neke nepoznate matematičke situacije.

Prema Eryvncku matematička kreativnost ima presudnu ulogu za napredno matematičko razmišljanje te u razvijanju matematičkih teorija i novih znanja. Matematičku kreativnost razmatra kroz tri faze razvoja. Prva, preliminarno tehnička faza, sastoji se od primjene tehničkih ili praktičnih procedura bez da osobe znaju zašto ih matematika podržava. Druga je faza stadij algoritma aktivnosti i ona podrazumijeva primjenu matematičkih postupaka za izvođenje matematičkih tehnika, dok je treća faza kreativne aktivnosti u kojoj osoba donosi odluku koju nije moguće izvršiti nekim algoritamskim postupkom. Školski kurikuli obično se oslanjaju na prvu i donekle drugu fazu te rijetko imaju nadogradnju do treće faze, koja ostaje privilegija rijetkih talentiranih pojedinaca.

Prema Sriramanu (2005) sinteza i analiza postojeće literature dala je pet glavnih načela koji značajno poboljšavaju matematičku kreativnost, a to su: gestalt načelo, estetsko načelo, načelo slobodnog tržišta, znanstveno načelo i načelo nesigurnosti. Gestalt načelo temelji se na shvaćanjima matematičara Hadamarda i Poincaréa koji su kreativnost tumačili kao proces kojim matematičar razlikuje pitanja koja dovode do nekog ostvarenja od onih koji ne vode ničemu. Ovi su matematičari bili pod utjecajem gestalt psihologije i matematičku su kreativnost opisali kao proces koji se sastoji od pripreme, inkubacije, osvjetljavanja i provjere. Iako je ovaj model na početku bio kritiziran jer nesvjesni dio kreativnosti tijekom faze inkubacije pripisuje nesvjesnim nagonima i “čaroliji” pie-in-the-sky trenutka, brojna istraživanja ipak potvrđuju ovakav model.

Haylock i Sriraman (1987, 2005, prema Nadjafikhah i suradnici, 2012) u svojim su se radovima dotakli poučavanju matematike u učionicama. Prema njima način na koji se podučava matematika u školama potiče učenike na razmišljanje u uskim domenama, oslanjanje na rutinske procese i algoritme te konvergentan način razmišljanja. Nasuprot tome, škola bi učenicima trebala omogućiti da razmišljaju i da se bave izazovnim matematičkim zadacima i problemima koji će im omogućiti razvoj matematičke kreativnosti (Nadjafikhah i suradnici, 2012). Matematička se kreativnost u školama uglavnom uočava putem rezultata testova, preporuka i izvedbi u razredu. Kako bi se kod učenika razvijala matematička kreativnost učitelji se moraju usredotočiti na kvalitete učenika, a ne stavljati naglasak na algoritme, brzinu i točnost kod rješavanja matematičkih zadataka jer time negativno djeluju na kreativne učenike. Upravo zbog toga mnogi matematički kreativni učenici ne mogu zamisliti sebe kao buduće matematičare ili u obavljanju nekih drugih profesija koje zahtijevaju jake temelje u matematici. Ograničeno korištenje kreativnosti u učionici dovodi matematiku na razinu učenja pravila za savladavanje nekog matematičkog problema i pravila za pamćenje. Osim toga, zbog svog shvaćanja matematike mnogi nastavnici često poučavaju učenike da postoji samo jedan točan odgovor te samo jedna metoda kojom je moguće riješiti neki matematički problem, što dovodi do nestajanja prirodne znatiželje i entuzijazma djece za matematiku. Ukoliko se u učionici ne potiče kreativnost za matematiku djeci se uskraćuje prilika da u potpunosti razviju svoje matematičko razumijevanje. Kako bi uspješno poučavali učenike matematice, učitelji i sami moraju upoznati svijet matematike, poticati razvoj matematičke kreativnosti te se truditi da ne upadnu u nastavnu praksu koja uključuje demonstracije učitelja u rješavanju matematičkih zadataka i replikaciju od strane učenika (Mann, 2006).

Matematičku se darovitost često povezuje s logičko-matematičkom inteligencijom, ali osim visoke inteligencije matematički daroviti učenici mogu pokazivati fleksibilnost u svom razmišljanju, kreativnost i originalnost. Bloom ukazuje da su postavljanje svrhovitih pitanja i

usamljena aktivnosti i sanjarenje u djetinjstvu odlike budućih matematičara (Čudina-Obradović, 1991).

Novija istraživanja intenzivno ispituju odnos matematičke nadarenosti te kreativnosti u matematičari. Ispitivani su svi mogući oblici tih odnosa:

1. matematička kreativnost je preduvjet matematičke nadarenosti;
2. matematička kreativnost je moguća sastavnica matematičke nadarenosti;
3. matematička kreativnost kao moguća posljedica matematičke nadarenosti;
4. kreativnost kao neovisno područje darovitosti.

Stav da je matematička kreativnost preduvjet za matematičku nadarenost možemo pronaći kod Leikin koji matematičku nadarenost smatra sposobnošću za rješavanje posebnih problema. Ona se poziva na Renzullija i matematičku kreativnost opisuje kao potrebnu komponentu koja je uz učinkovitost u rješavanju problema i posvećenost zadatku potrebna za razvoj matematičke nadarenosti.

Oni pak koji zagovaraju stav da je matematička kreativnost moguća posljedica matematičke nadarenosti shvaćaju matematičku kreativnost kao sposobnost stvaranja kreativnih proizvoda koji doprinose napretku znanja u području matematike. Prema njima matematička kreativnost podrazumijeva matematičku nadarenost, ali ne i obratno. Posljednji je stav, koji proizlazi iz nekoliko modela, da kreativnost predstavlja neovisno područje vezano za darovitost. Jedan od onih koji zagovara tu teoriju je i Haylock (1997, prema Assmus, Fritzlar, 2016) koji je otkrio da su matematički daroviti učenici vrlo raznoliki što se tiče njihove kreativnosti. Prema autorima Assmus i Fritzlar (2016) postoji mnogo različitih perspektiva koje se odnose na matematičku nadarenost i kreativnost, no one ne moraju biti nužno kontradiktorne, već zapravo proizlaze iz različitih razumijevanja darovitosti i kreativnosti koja nisu neovisna jedna od drugih.

Istraživanje provedeno sa učenicima četvrtog, petog i šestog razreda osnovne škole na Cipru imalo je za cilj istražiti koje matematičke sposobnosti, a sastavnice matematičke nadarenosti, predviđaju matematičku kreativnosti. Procjena matematičke kreativnosti temeljila se na razlikovanju broja točnih odgovora kod učenika, fleksibilnosti (broj pristupa koji su primjenjeni u rješavanju) i originalnosti (nove i jedinstvene ideje) (Torrance, 1974, prema Kattou i suradnici, 2014). Rezultati istraživanja pokazuju da su iste, odnosno kreativnost, posljedica matematičkih sposobnosti učenika, gdje su pak ključni elementi: specijalne sposobnosti, kvantitativne, kvalitativne, kauzalne i induktivno-deduktivne sposobnosti. To se posebno odnosi na sposobnosti učenika za rješavanje problema induktivnim i deduktivnim zaključivanjem te sposobnosti uočavanja i obrade sličnosti i različitosti u matematičari. Inteligencija, sposobnost pamćenja, brzina i preciznost nisu pronađeni kao oni koji predviđaju matematičku kreativnost.

Pehkonen (1997) (prema Kattou i suradnici, 2014) navodi da bi kreativnost trebala biti važan čimbenik u ostvarenju ideje "matematika za sve" te bi iz tog razloga učitelji mogli koristiti predloženi model kao smjernicu o tome koje sposobnosti predviđaju matematičku kreativnost i uložiti u te sposobnosti (Kattou i suradnici, 2014).

Područje geometrije u nastavi Matematike čini se kao vrlo pogodno za poticanje kreativnosti, kao i ispitivanje iste. No, specifičnog istraživanja matematičke kreativnosti u geometriji gotovo da i nema. U posljednje se vrijeme pojavljuju prva istraživanja u tom smjeru, kojima bi se u narednom periodu trebalo dati upravo odgovor na pitanje kako uspješno poticati na kreativnost kroz nastavu geometrije (v. Leikin, R. (2014) *Challenging Mathematics with Multiple Solution Tasks and Mathematical Investigations in Geometry*. Springer).

## 2. Test matematičke kreativnosti, ciljevi ispitivanja

Napravili smo test čiji je cilj bio ispitati i prepoznati potencijalnu matematičku kreativnost učenika razredne nastave. U potpunosti je sastavljen prema zadacima EPoC testa za testiranje potencijalne matematičke kreativnosti s internetske stranice Crealude gdje je moguće pristupiti

rješavanju izvornog testa, i u tom smislu je njegova neformalna verzija koju se rješava na papiru. Test se sastoji od po dva zadatka iz geometrije i aritmetike, pri čemu od dva geometrijska zadatka jedan traži divergentni način razmišljanja, drugi konvergentni. Isto vrijedi za aritmetičke zadatke. Izvorno su smišljeni za učenike starosti od 6 do 12 godina, što znači da se ne oslanjaju na školsko gradivo. Lubart i suradnici predložili su testove kreativnost i za druga područja odnosno domene (pa tako za verbalnu, likovnu, socijalno-interpersonalnu i istraživačku), a sve se baziraju na preciznom odvajanju konvergentnog i divergentnog elementa mišljenja i testiranju istih.

Zanimalo nas je dobiti odgovor na pitanje u kojoj su mjeri povezane ocjene učenika iz matematike s uspješnošću rješavanja EPoC testa, čime će se dobiti uvid koliko se matematička kreativnost prepoznaje u školama; zatim utvrditi odnos rezultata testa kreativnosti i spola učenika, kao i rezultata testa s procjenama učiteljica o potencijalnoj matematičkoj kreativnosti učenika. Osim toga, istražili smo povećava li se kreativnost kroz razrede te je li ona izraženija kod učenika koji su sudjelovali na matematičkom natjecanju. Pritom smo zasebno obratili pažnju na zadatke iz geometrije u odnosu na aritmetičke, također zadatke koji se odnose na konvergentni način mišljenja u odnosu na one koji se odnose na divergentni način mišljenja.

Hipoteze su među ostalima bile sljedeće:

1. potencijalna matematička kreativnost raste kroz razrede;
2. potencijalna kreativnost je veća kod učenika koje učiteljice procjenjuju kao potencijalno kreativne ili nadarene;
3. potencijalna kreativnost raste s ocjenom.

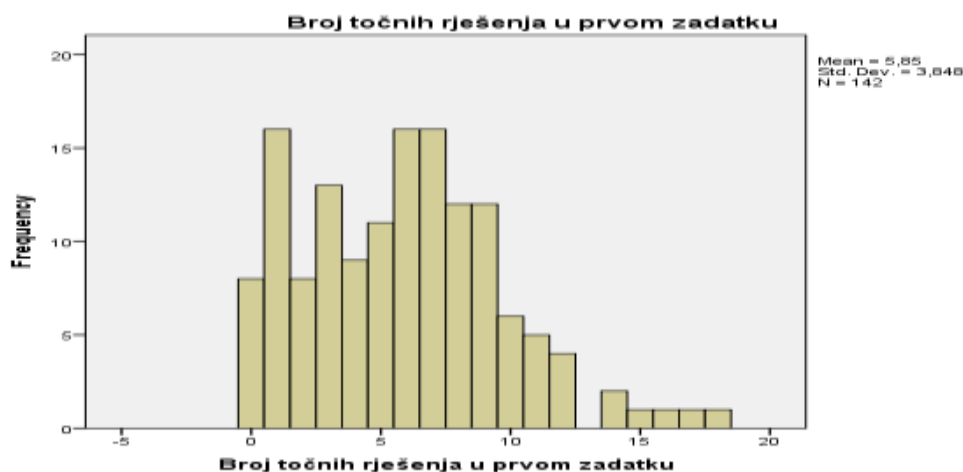
Uzorak na kojemu je provedeno istraživanje činilo je ukupno  $N = 142$  učenika dobi od 7 do 11 godina iz dvije riječke osnovne škole, raspoređenih u tri četvrta, tri treća, tri druga i jedan prvi razred, a od kojih je 65 (45,8%) učenica i 77 (54,2%) učenika.

### 3. Rezultati ispitivanja

Analiza rezultata i provjera hipoteza napravljena je pomoću dva testa u SPSS programu. Testovi koji su korišteni jesu Spearmanov test korelacije i Mann-Whitneyev test. Osim navedenih testova, u analizi rezultata provedenog testa korišteni su i deskriptivni statistički alati pomoću kojih su opisani statistički podaci provedenog istraživanja.

U prvom smo zadatku, u kojem se od učenika tražilo da koristeći zadane geometrijske likove naprave što više različitih oblika koji se sastoje od 4 lika, pratili broj točnih rješenja koje je učenik ponudio, broj netočnih rješenja, broj rješenja koje nitko drugi nije ponudio i broj rješenja koje je uz nekog učenika ponudio samo još jedan učenik. Prema analizi testova, najveći broj točnih rješenja u prvom zadatku bio je 18, što je postigao samo jedan učenik (0,7%), dok 8 (5,6%) učenika nije ponudilo niti jedno točno rješenje.

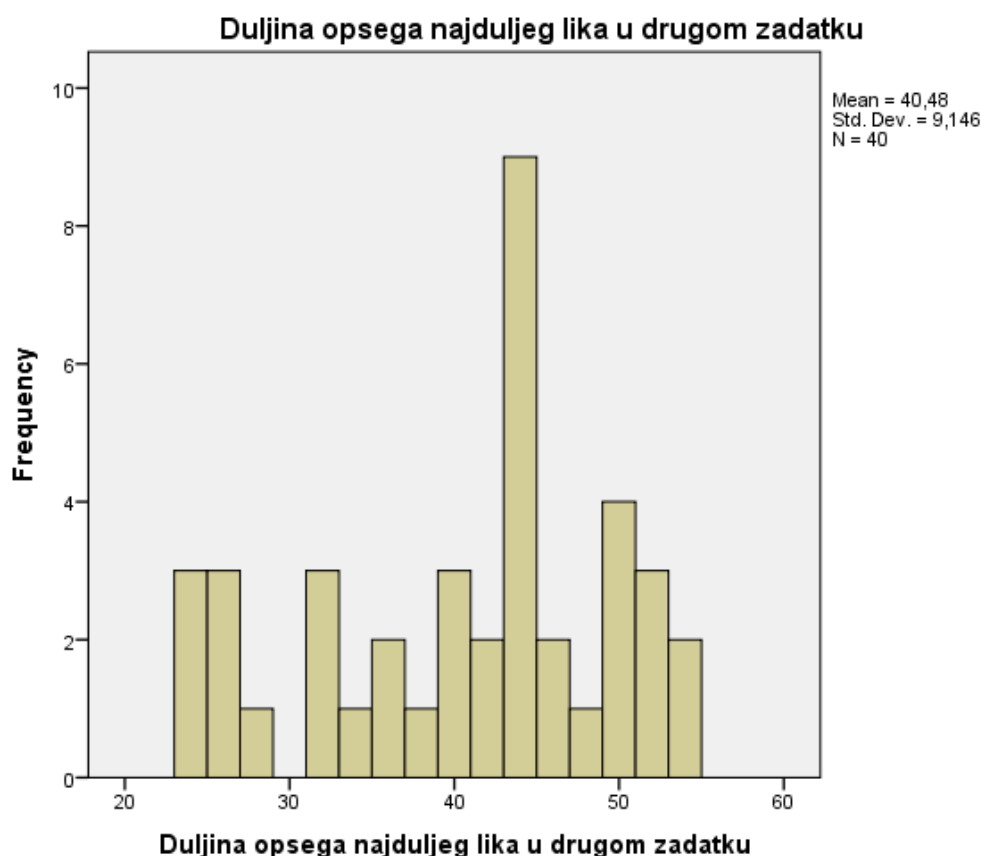
Grafikon 1: Prikaz točnih rješenja u prvom zadatku





U drugom zadatku se od učenika tražilo da od zadanih likova (10 kvadratića i 10 pravokutnika) slože jedan veliki oblik sa što duljim rubom te smo tu promatrali koliko je učenika točno riješilo drugi zadatak, koliki je broj točnih rješenja, koji su razlozi netočnih rješenja te koliko iznosi duljina najduljeg lika kojeg je učenik prikazao. Analiza testova pokazuje da čak 102 učenika (71,8%) nisu točno riješila drugi zadatak, dok ih je samo 40 (28,2%) ponudilo točno rješenje. Najmanji dobiveni opseg iznosio je 24 te su njega dobila tri učenika (2,1%). Najveći dobiveni opseg bio je 54 te su to rješenje dobila svega 2 učenika (1,4%), a 9 učenika (6,3%) dobilo je opseg od 44.

Grafikon 2: Prikaz duljine opsega u drugom zadatku



U trećem zadatku učenici su korištenjem različitih računskih operacija i uz pomoć najmanje četiri različita broja od 1 do 9 trebali osmisliti što više izraza koji će biti jednaki broju 1. U tom smo zadatku pratili broj točnih i netočnih rješenja, duljinu najduljeg izraza, ukupnu duljinu svih točnih izraza i najveći broj korištenih izraza u točnom zadatku. Prema analizi rezultata, od ukupnog broja ispitanika, 37 (26,1%) ih nije ponudilo niti jedno točno rješenje, 25 (17,6%) ih je ponudilo jedno, a 30 (21,1%) ih je ponudilo dva točna rješenja. Najveći broj točnih rješenja u ovom zadatku bio je osam, a taj broj rješenja ponudio je jedan učenik (0,7%). Jedan učenik (0,7%) također je ponudio čak 17 netočnih rješenja, a 18 učenika (12,7%) nije imalo niti jedno netočno rješenje u ovom zadatku. Najveću duljinu izraza dobio je jedan ispitanik (0,7%), a ona je iznosila 12, dok je najmanja duljina iznosila 6 koju je dobilo 25,4% učenika.

U četvrtom zadatku učenici su korištenjem različitih računskih operacija i uz korištenje svih brojeva od 1 do 9 trebali osmisliti kompleksniji izraz jednak broju 1. U ovom smo zadatku kod učenika pratili broj točnih i netočnih rješenja, duljinu najduljeg točnog izraza, ukupnu duljinu

svih točnih izraza u zadatku i ukupan broj korištenih operacija u točnom izrazu. Četvrti zadatak ujedno je bio i najzahtjevniji te je njega točno riješilo samo 20 učenika (14,1%) od čega je njih 12 (8,5%) ponudilo jedno točno rješenje, 4 (2,8%) dva i 3 (2,1%) tri točna rješenja.

### 3.1 Procjena učenika s obzirom na osobnu procjenu učiteljica

S obzirom na osobnu procjenu učiteljica proveden je Mann-Whitney test koji je dao odgovor na pitanje postoji li povezanost između osobnih procjena učiteljica o kreativnosti učenika i njihovih rezultata na provedenom testu kreativnosti. je da će postojati povezanost između učenika koje su učiteljice procijenile potencijalno kreativnima i rezultatima koje su učenici postigli na provedenom testu matematičke kreativnosti. Učiteljice su relativno velik broj učenika procijenile potencijalno matematički nadarenim/kreativnima te je u tom svjetlu očekivana manja korelacija no što bi bila da je manji broj učenika tako ocijenjen. Analizirajući rezultate testa (tablica 1) vidljivo je da postoji korelacija između pojedinih varijabli u testu (uspješnost rješavanja u četvrtom. zadatku i broj točnih rješenja u četvrtom zadatku, kao i blaga korelacija s ukupnom duljinom svih točnih izraza u trećem zadatku te brojem točnih rješenja u prvom zadatku) i osobne procjene učiteljica o potencijalnoj kreativnosti učenika.

Tablica 1: Prikaz rezultata testa osobne procjene učiteljica o potencijalnoj kreativnosti učenika s obzirom na postignute rezultate učenika na testu kreativnosti

| Test Statistics <sup>a</sup>                       |                |            |        |                        |                                |
|----------------------------------------------------|----------------|------------|--------|------------------------|--------------------------------|
|                                                    | Mann-Whitney U | Wilcoxon W | Z      | Asymp. Sig. (2-tailed) | Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)] |
| Kreativnost_osnovna                                | 892,500        | 3448,500   | -1,735 | ,083                   | ,683 <sup>b</sup>              |
| Kreativnost_profinjena                             | 13,000         | 49,000     | -,510  | ,610                   |                                |
| Broj točnih rješenja u prvom zadatku               | 872,500        | 3428,500   | -1,885 | ,059                   |                                |
| Broj točnih rješenja koje nitko drugi nije ponudio | 908,000        | 3464,000   | -1,707 | ,088                   |                                |
| Je li točno riješio 2. zadatak                     | 1119,500       | 1647,500   | -,149  | ,881                   | ,894 <sup>b</sup>              |
| Duljina opsega najduljeg lika u drugom zadatku     | 91,500         | 322,500    | -,137  | ,891                   |                                |
| Broj točnih rješenja u trećem zadatku              | 1012,000       | 3568,000   | -,902  | ,367                   |                                |
| Je li točno riješio 4. zadatak                     | 896,500        | 3452,500   | -2,875 | ,004                   |                                |
| Broj točnih rješenja u četvrtom zadatku            | 925,000        | 3481,000   | -2,608 | ,009                   | ,699 <sup>b</sup>              |
| Duljina najduljeg izraza                           | 19,000         | 64,000     | -,483  | ,629                   |                                |
| Ukupna duljina svih točnih izraza u trećem zadatku | 404,500        | 1889,500   | -1,926 | ,054                   |                                |

a. Grouping Variable: Potencijalno nadaren/kreativan učenik?

b. Not corrected for ties.

### 4.2. Procjena kreativnosti učenika kroz razrede

Uz pomoć Spearmanovog testa korelacije ispitana je povezanost potencijalne matematičke kreativnosti s uzrastom po razredima. Očekivana pretpostavka je bila da se kreativnost povećava kroz razrede, odnosno da će ona rasti, budući da se povećavaju one matematičke sposobnosti koje

su ključne za kreativnost. Rezultati provedenog testa (tablica 2) pokazuju da postoji djelomična povezanost između kreativnosti učenika i razreda. Korelacija se javlja kod varijabli *Broj točnih rješenja u prvom zadatku* i *Duljina opsega najduljeg lika u drugom zadatku*. Te se varijable odnose na geometrijski tip zadataka provedenog testa kreativnosti, dok provedeni Spearmanov test pokazuje da između varijabli koje se odnose na numerički tip zadataka, a to su *Broj točnih rješenja u trećem zadatku* i *Broj točnih rješenja u četvrtom zadatku*, ne postoji nikakva korelacija s povećanjem kreativnosti po razredima.

Tablica 2. Prikaz kreativnosti učenika po razredima

| Correlations                                                 |                                                                  |                            |                       |
|--------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|----------------------------|-----------------------|
|                                                              |                                                                  |                            | Razred_broj<br>Razred |
| Spearman's<br>rho                                            | @1_bt Broj<br>točnih rješenja u<br>prvom zadatku                 | Correlation<br>Coefficient | <b>.171</b>           |
|                                                              |                                                                  | Sig. (2-tailed)            | <b>.042</b>           |
|                                                              |                                                                  | N                          | <b>142</b>            |
|                                                              | @2_opseg<br>Duljina opsega<br>najduljeg lika u<br>drugom zadatku | Correlation<br>Coefficient | <b>.509**</b>         |
|                                                              |                                                                  | Sig. (2-tailed)            | <b>.001</b>           |
|                                                              |                                                                  | N                          | <b>40</b>             |
|                                                              | @3_bt Broj<br>točnih rješenja u<br>trećem zadatku                | Correlation<br>Coefficient | <b>.149</b>           |
|                                                              |                                                                  | Sig. (2-tailed)            | <b>.078</b>           |
|                                                              |                                                                  | N                          | <b>142</b>            |
|                                                              | @4_bt Broj<br>točnih rješenja u<br>četvrtom<br>zadatku           | Correlation<br>Coefficient | <b>-.056</b>          |
|                                                              |                                                                  | Sig. (2-tailed)            | <b>.505</b>           |
|                                                              |                                                                  | N                          | <b>142</b>            |
| *. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).  |                                                                  |                            |                       |
| **. Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed). |                                                                  |                            |                       |

#### 4. Zaključci

Test potencijalne matematičke kreativnosti, inspiriran EPoC testom potencijalne kreativnosti za matematičku domenu ponuđenom u digitalnom obliku, dali smo na rješavanje učenicima razredne nastave, od čega je 10 učenika prvih razreda, 38 učenika drugih razreda, 46 učenika trećih razreda i 48 učenika četvrtih razreda. Kako bismo procijenili potencijalnu matematičku kreativnost kod ispitanika za svaki zadatak s testa uzeli smo u obzir nekoliko parametara, u skladu s tim da test i nije koncipiran na način „zadatak je točno riješen ili nije točno riješen”, već se tražilo što više točnih rješenja, odnosno točno rješenje sa što većom određenom karakteristikom. Na osnovu tih parametara kojima smo za svakog učenika pridodali vrijednost ovisno kako je učenik riješio zadatak kreirali smo nove varijable koje su nam trebale biti najvažnije u procjeni je li učenik potencijalno matematički kreativan, odnosno je li učenik potencijalno matematički divergentno odnosno konvergentno kreativan, kao i je li više kreativan u geometriji, odnosno aritmetici.

Analiza rezultata je pokazala povezanost osobne procjene učiteljica o potencijalnoj kreativnosti učenika i naše mjere divergentne kreativnosti kod učenika, dok s varijablama konvergentne kreativnosti nema korelacije. Ovaj rezultat je bio neočekivan. Pretpostavili bismo da će, kako je nastava matematike donekle usmjerena na razvoj konvergentnog načina mišljenja (donekle, jer je njen naglasak nažalost na točnom rezultatu i eventualno brzini dolaska do rezultata, a ne samom procesu, istraživanju, propitivanju, uočavanju



uzoraka i slično), učenici koje učiteljice identificiraju kao potencijalno matematički nadarene odnosno kreativne biti bolji u konvergentnom segmentu. Očekivano se pak dobila veća povezanost procjene učiteljica s uspjehom na zadacima aritmetičkog tipa, u odnosu na geometrijski. Primarno se ipak školske matematičke sposobnosti učenika sagledavaju kroz znanje i vještine u aritmetici.

Općenito, zadatke s konvergentnim predznakom učenici su rješavali neočekivano loše, u oba tipa zadataka. Očekivali bismo da s većim matematičkim znanjem koje se dobije kroz razrede značajno raste sposobnost konvergentnog načina mišljenja, a ne posebno divergentnog. Ovakav rezultat navodi nas na sljedeća promišljanja. Moguće je da bismo većim uzorkom dobili preciznije rezultate, s obzirom da je zadatke u kojima se traži konvergentno promišljanje riješio premali broj učenika. Također, uzrok ovakvih rezultata može ležati u nezgodno odabranim varijablama koje mjere uspješnost rješavanja tih zadataka. Dio uzroka može biti i nastava iz Matematike koja ne dovodi do poboljšanja konvergentnog načina razmišljanja, jer ne sagledava proces niti finalni rezultat misaonog procesa u cjelini. Manja uspješnost rješavanja drugog zadatka, dakle geometrijskog konvergentnog možda se može pripisati zahtjevnom tekstu zadatka, ili pak dugotrajnom postupku crtanja (gdje se još tražila preciznost i točnost u brojenju).

Još je jedan rezultat bio neočekivan, onaj kod kojeg se dobilo da djeca nižih razreda pariraju u rješavanju aritmetičkih zadataka, a da se s višim razredom bolje rješavaju zadaci geometrijskog tipa. Rezultat je neočekivan obzirom da djeca u nižim razredima pokazuju veće slobode i spretnost u rješavanju zadataka vezanih za oblike u ravni. S druge strane, kroz razrede napreduju u vještinama računanja. Moguće je da je na naš rezultat bitno utjecalo to što se u prva dva zadatka treba crtati dosta likova pa su učenici manjih razreda bili uvjetovani vlastitim motoričkim sposobnostima, odnosno sporošću u crtanju.

Prethodno provedeni test u diplomskom radu Katarine Klinčić *Matematička kreativnost u razrednoj nastavi i koliko ju prepoznajemo* iz 2018., gdje su zadaci bili opet neovisni o nastavnom planu i programu iz Matematike, ali više nalik na takmičarske zadatke, primjerice takmičenja *Klokan bez granica*, dali su očekivano bolje rezultate učenika drugih razreda u zadacima geometrijskog tipa, od onih učenika trećeg i četvrtog razreda.

Prvi sljedeći korak je povećati snagu testa potencijalne kreativnosti većim brojem ispitanika. Sljedeći bi bio pokušati umanjiti utjecaj dugotrajnog crtanja (malim smanjenjem broja elemenata, ili blagim povećanjem predviđenog vremena rješavanja). Najzahtjevniji korak će biti redefiniranje parametara kojima se uspostavlja mjera za kreativnost, zasebno konvergentnu i divergentnu.

## LITERATURA

1. Adžić, D. (2011). *Darovitost i rad s darovitim učenicima, Kako teoriju prenijeti u praksu*. Život i škola, br. 25 (1/2011.), god. 57., str. 171. – 184. Pribavljeno 20. 04.2019., sa <https://hrcak.srce.hr/file/106725>
2. Arar, Lj., Rački, Ž. (2015). *Priroda kreativnosti*. Pribavljeno 25. 08. 2019. sa [https://www.researchgate.net/publication/27197408\\_Priroda\\_kreativnosti](https://www.researchgate.net/publication/27197408_Priroda_kreativnosti)
3. Assmus, D., Fritzlar, T. (2016). Mathematical Giftedness and Creativity in Primary Grades U Singer, F. M. (ur.) *Mathematical Creativity and Mathematical Giftedness: Enhancing Creative Capacities in Mathematically Promising Students* (str. 55-81). Hamburg: Springer International Publishing
4. Cherry, K. (2019). *Alfred Binet and the History of IQ Testing. History and Biographies*. Pribavljeno 15. 05. 2019. sa <https://www.verywellmind.com/history-of-intelligence-testing-2795581>

5. Cvetković Lay, J., Sekulić Majurec, A. (2008). *Darovito je, što ću s njim?*. Zagreb: Alinea.
6. Cvetković Lay, J., Sekulić Majurec, A. (1998). *Darovito je, što ću s njim?*, Zagreb, Alinea.
7. Čudina-Obradović, M. (1991). *Nadarenost: razumijevanje, prepoznavanje, razvijanje*. Zagreb: Školska knjiga
8. Grégoire, J. (2016). *Understanding Creativity in Mathematics for Improving Mathematical Education*. Journal of Cognitive Education and Psychology, 15, 24-36
9. Hong, E., Milgram, R. M. (2010). *Creative Thinking Ability: Domain Generality and Specificity*, Creativity Research Journal, 22: 3, 272 — 287
10. Huzjak, M. (2006). *Darovitost, talent i kreativnost u odgojnom procesu. Odgojne znanost*. Pribavljeno 18.04.2019., sa <https://hrcak.srce.hr/26205>
11. Kattou, M., Pitta – Pantazi, D., Kontoyianni K., Christou, C. (2014). *Predicting mathematical creativity*. Pribavljeno 20.8.2019., sa [https://www.researchgate.net/publication/261286808\\_Predicting\\_mathematical\\_creativity](https://www.researchgate.net/publication/261286808_Predicting_mathematical_creativity)
12. Kaufman, C. James, Beghetto, A R., (2009). *Beyond Big and Little: The Four C Model of Creativity*. Review of General Psychology. Pribavljeno 22.05.2019., sa [https://www.researchgate.net/publication/228345133\\_Beyond\\_Big\\_and\\_Little\\_The\\_Four\\_C\\_Model\\_of\\_Creativity](https://www.researchgate.net/publication/228345133_Beyond_Big_and_Little_The_Four_C_Model_of_Creativity)
13. Koren, I. (1989). *Kako prepoznati i identificirati nadarenog učenika*. Zagreb: Školske novine.
14. Lubart, T. (2018). *Creative giftedness: How to find it and how to develop it*. Pribavljeno 28.8.2019., sa <http://www.apcg2018.org/images/document/ptt/5-Todd-Lubart.pdf>
15. Mann, E.L. (2006). *Creativity: The Essence of Mathematics*. Journal for the Education of the Gifted, 30(2), 236-260
16. Ministarstvo prosvjete i kulture. (1990). Pravilnik o osnovnoškolskom odgoju i obrazovanju darovitih učenika. Narodne novine, 59
17. Nadjafikhah, M., Yaftian, N., & Bakhshalizadeh, S. (2012). Mathematical creativity: Some definitions
18. Sriraman, B. (2005). *Are Giftedness and Creativity Synonyms in Mathematics?*. The Journal of Secondary Gifted Education. Pribavljeno 27. 04. 2019., sa <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ746043.pdf>
19. Vlahović – Štetić, V. (2008). *Daroviti učenici: teorijski pristup i primjena u školi*. Zagreb: Institut za društvena istraživanja u Zagrebu.
20. Winner, E. (2005). *Darovita djeca: Mitovi i stvarnost*. Lekenik: Ostvarenje d.o.o.

#### Nadarena djeca:

1. radoznala su i postavljaju puno pitanja
2. imaju vlastiti pristup zadacima
3. imaju razvijeni vocabular i vole odrasle razgovore. Govore brzo, rani su čitači, razumiju kompleksne upute od rane dobi, prilagođavaju se sugovorniku
4. imaju originalne ideje, gledaju na učenje kao na zabavu
5. kognitivno su napredna, sposobna za samostalno učenje (sva djeca vole i žele učiti!), imaju veliku dubinu znanja i

- razumijevanja svijeta, treba im vrlo malo uputa, imaju jako dobro pamćenje, jako dobar fokus i koncentraciju
6. osjetljiva su na okolinu (tj podražaje, zato im i trebaju smisleni poticaji)
  7. intenzivnih su osjećaja, pogotovo spram predmeta interes

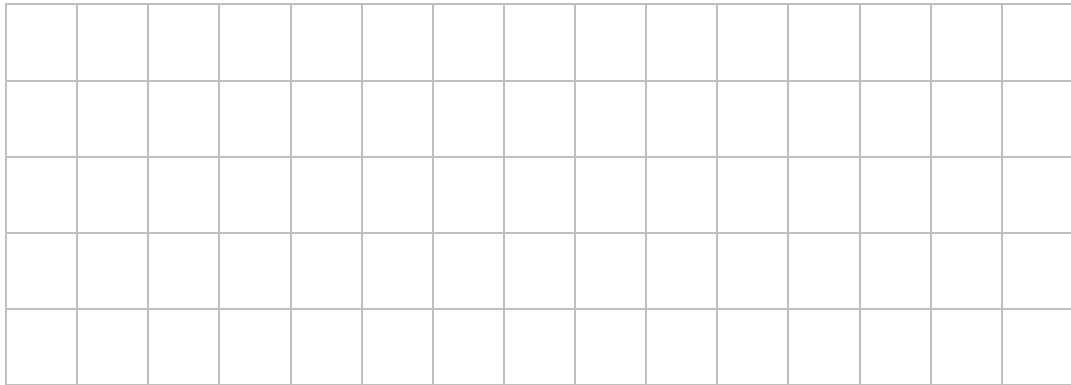
## PRILOZI

## Prilog 1

Test matematičke kreativnosti za razrednu nastavu

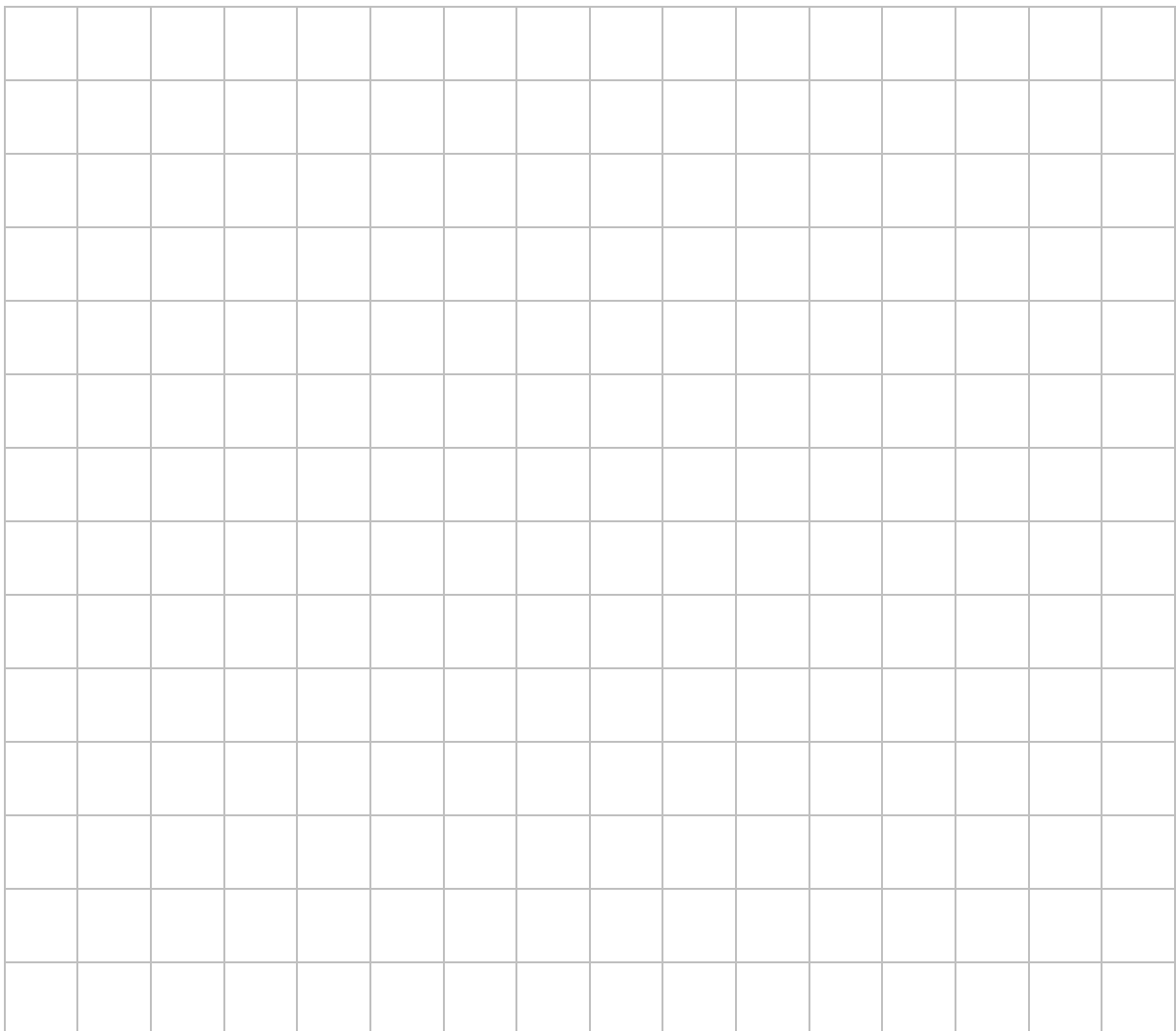
1. Koristi geometrijske likove nacrtane ispod i napravi što više oblika koji se sastoje **od 4 lika:**
  - likovi se moraju **međusobno dodirivati bar jednom stranicom**
  - svaki smjesti u njegov kvadratić i pritom ga nemoj okretati





2. Od zadanih likova (kvadratić i pravokutnik veličine 2 kvadratića) složi jedan veliki 12blique. Cilj je dobiti lik as **što duljim rubom**:

- likove smjesti unutar nacrtanih kvadratića iz mreže
- svaki lik upotrijebi 10 puta
- **svaki lik mora dodirivati stranicama barem dva druga**



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

3. **Različitim računskim operacijama** i koristeći **najmanje četiri različita broja** od 1 do 9 pokušaj dobiti broj 7. Rješenja u obliku cijelih izraza zabilježi ispod!

PROSTOR ZA RJEŠENJA  
RAČUN

PROSTOR ZA POMOĆNI

4. Koristeći se **različitim računskim operacijama** zbrajanja i oduzimanja pokušaj dobiti broj 1. Iskoristi **sve brojeve od 1 do 9 barem jednom**. Svoj postupak upiši na papir.

PROSTOR ZA RJEŠENJE